

教育部教學實踐研究計畫成果報告格式(系統端上傳 PDF 檔)

教育部教學實踐研究計畫成果報告(封面)

Project Report for MOE Teaching Practice Research Program (Cover Page)

計畫編號/Project Number：1500-109P035

學門專案分類/Division：數理學門

執行期間/Funding Period：2020-08-01 ~ 2021-07-31

運用 GeoGebra 教具於數學課程
配合課程名稱：微積分(一)(二)

計畫主持人：張勝麟

共同主持人：無

執行機構及系所：南臺科技大學資訊工程系

成果報告公開日期：

■立即公開 □延後公開(統一於 2023 年 9 月 30 日公開)

繳交報告日期(Report Submission Date)：2021 年 9 月 10 日

運用 GeoGebra 教具於數學課程

1、研究動機與目的(Research Motive and Purpose)

傳統的教科書能協助學習者以文字碼或視覺碼的方式呈現訊息，但對較為抽象的科學知識的學習仍有其限制，尤其，教科書就無法以外在動態表徵（dynamic external representation）的方式來詮釋抽象的概念。而電腦科技的發展正可以彌補這個缺陷，由於電腦可以動態圖像的方式呈現，提供學習者強而有力的學習與知覺經驗，可以讓學習者形成動態的內在表徵，使學習者對抽象的概念能夠更具認知的能力。透過視覺化或互動式教學，對學習者而言有下列三點益處：

- (1) 視覺經驗較為具體，尤其是動態的視覺經驗可以讓人瞭解整個事件發生的歷程。
- (2) 因為視覺訊息較易處理，因此視覺思考可以讓學習者在學習的過程中，容許有更多的短期記憶的空間進行資訊的處理。
- (3) 視覺經驗較具可探索性，讓學習者更具想像空間，擴展學習的深度。

本計畫除延續 108 年的混搭式教學外，主要的研究主題是在教學過程中利用 GeoGebra 軟體建立微積分需用到的相關圖表，其中一些理論觀念或問題可透過 GeoGebra 做靜態或動態或互動式圖形來呈現，除做為教學展示外也可讓學生自行操作，藉由教材方法的設計來提升教學效能及品質，提高學生學習興趣或理解原理，進而達到學習效果，研究目的除提升學生的學習成效外，也將做相關問卷資料的統計分析及評論。

2、文獻探討(Literature Review)

2.1 視覺化教材的重要性

人類對於外界訊息的吸收儲存的方式有三種形式：聲碼（acoustic code）、文字碼（verbal code）、視覺碼（visual code）。而 Paivio(1991)研究人類在名詞（Noun）的記憶能力表徵中，發現具有形體的名詞較具抽象名詞更容易喚起記憶。這項發現在後續的研究中更逐漸證實人類的認知能力包括「語文」及「圖像」兩部分，因而發展出目前正廣泛應用的雙碼理論（Dual Coding Theory）。如圖 1 為 Paivio 的雙重編碼模式，Paivio 認為學習者接受來自感官系統的外在刺激後「語文系統」及「圖像系統」彼此在各自的系統內將資訊表徵化，進行編碼後，分別輸出至文字記憶區及圖像記憶區儲存，語文及圖像系統雖是分開卻相互間也能藉由互相參照產生連結（referential connection），而這樣的參考連結能強化認知，有效地增強記憶。因此，如果一個人對訊息的儲存方式有雙碼（文字碼加上視覺碼），將有助於資訊的記憶與回憶。

Clark & Starr (1986) 的研究發現，學生的記憶量因下列情況而有差異：

- (1) 能記住「讀到」的 10%。
- (2) 能記住「聽到」的 20%。
- (3) 能記住「看到」的 30%。
- (4) 能記住「聽到及看到」的 50%。

(5)能記住「說過」的 70%。

(6)能記住「說過並做過」的 90%。

所以若在教學能加上視覺效果，甚至於用多媒體動態視覺或讓電腦跟學生做互動式學習，讓學生能看圖說故事的講述或操作，相信會加深學生的印象及理解。

Baggett(1984)建議，使用兩種媒體展示資料時，視覺顯示應和語音或文字顯示同時，或視覺刺激稍稍在語文刺激之前。Mayer & Anderson(1992)也認為學習者能夠分別建立語言刺激與語文表徵的連結，視覺刺激與視覺表徵的連結，同時語文和視覺間的連結也會同時成立。本研究將透過 GeoGebra 的視覺化或互動式教學，這對學習者而言有下列三點益處：

(1)視覺經驗較為具體，動態的視覺經驗可以讓人瞭解整個觀念。

(2)因為視覺訊息較易處理，視覺思考可以讓學習者在學習的過程中，容許有更多的短期記憶的空間進行資訊的處理。

(3)視覺經驗較具可探索性，讓學習者更具想像空間，擴展學習的深度。

因此，本研究計畫將以動態、視覺化、互動式呈現認知教材，讓學生易於學習及吸收觀念。對視覺化教材是否有助教學及學習效果，將是本研究欲探討的問題。

2.2 GeoGebra 的相關研究

國內利用 GeoGebra 教學的研究大多以國中、高中為主，研究方法大多跟傳統課堂講述教學做比較，且多數只針對某個單元做短時間的探討。如：吳長憶(2008)以國三函數課程做成效分析，發現實驗組用 GeoGebra 電腦輔助教學，控制組為傳統講述教學，學習成效上實驗組有顯著優於控制組，且實驗組對 GeoGebra 電腦輔助教學持正向態度。黃昱霖(2012)研究國中生二次函數，發現實驗組在數學學習跟成就上都優於控制組，但在學習保留上無顯著差異，實驗組在 GeoGebra 的學習都給正面且肯定的態度。陳以撒(2017)以南部某國立大學大一學生學習黎曼積分為研究內容，為期三周六小時，發現實驗組在學習成就跟學習動機跟控制組都沒有顯著差異，而在概念保留也無良好表現，但實驗組都給於正向肯定的態度。個人認為就一個概念做實驗對先備知識不錯的同學應該很難有好的差異。本計畫將做整學期的觀察及探討。

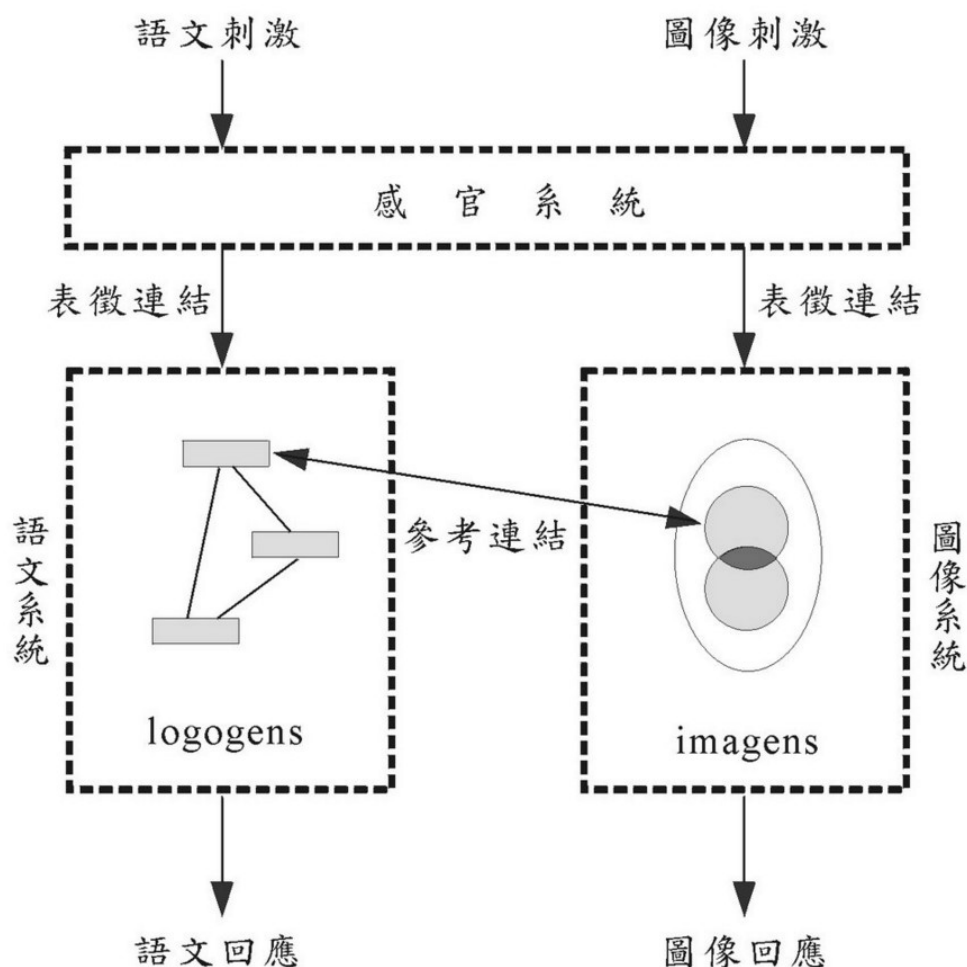


圖 1. 雙重編碼模式 資料來源：Paivio (1986)

3、研究問題(Research Question)

本研究架構是以 109 學年新進大一資工系學生為實驗對象，分實驗組及控制組二班，實驗組為來至高職商業及管理類，控制組為高職電子與電機類，由於考慮到教學上的需求作如此分班，因此，本實驗計劃一開始樣本就有偏差，但這樣的偏差也可反映出實驗的成效。整個學期的實驗流程如圖 2 所示。實驗組強調使用 GeoGebra 來講解課程內容及說明一些概念，並用學習單做輔助教學，學習單設計採用 APOS 教學模型，由行動(Action)產生內化來形成過程(Process)，在經由膠囊化進化為實體物件(Object)，最後建構為基模(Schema)。如此建置性的練習來強化學習效果，除探討二組的教學成效是否有差異外，也將探討不同學習型風格的學生對於 GeoGebra 輔助教學的學習是否有差異，對於學生所產生的自我效能及學習成就是否有相關影響等。本研究採用的自變項有「學習風格」，依 Kolb 學習型風格理論分為擴散型、同化型、聚斂型、調適型四種；依變項則為學生對微積分(一)的「自我效能」與「學習成就」，其中自我效能量表是將微積分(一)內容結合 Bandura(1977, 1986, 1997)的自我效能理論的三個構面，分別為：效能程度(Level)、效能類化(Generality)、效能強度(Stength)，問卷從 18 題經 SPSS、AMOS 做問題的探索性因素分析及驗證性因素分析來建構效度，探索性因素分析主要經主成分分析萃取各分量因素，提出概括性自我效能將「大學微積分(一)自我效能量表」對應到三個向度，刪除解釋力不足的 5 題，最後建構了「效能程度」7 題、「效能類化」4 題及「效能強度」2 題(如圖 3)。

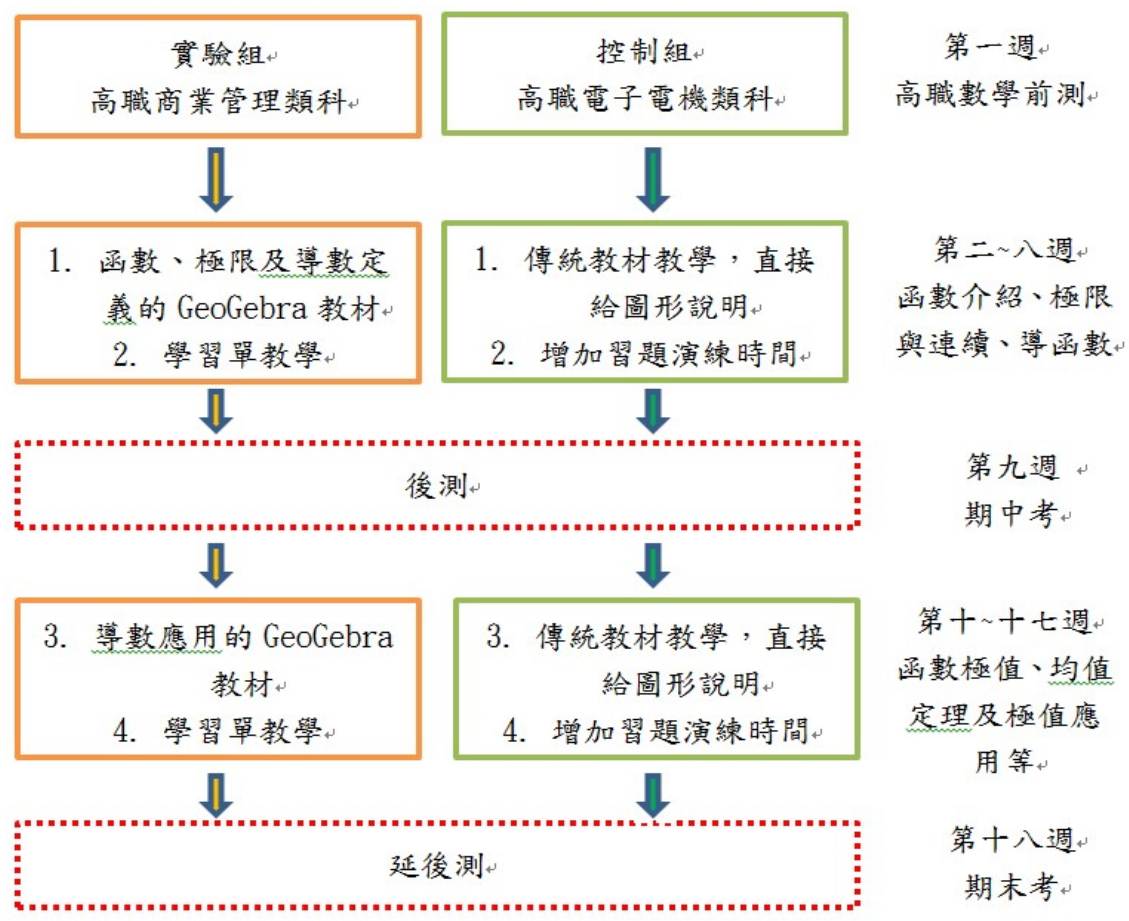


圖 2. 研究流程圖

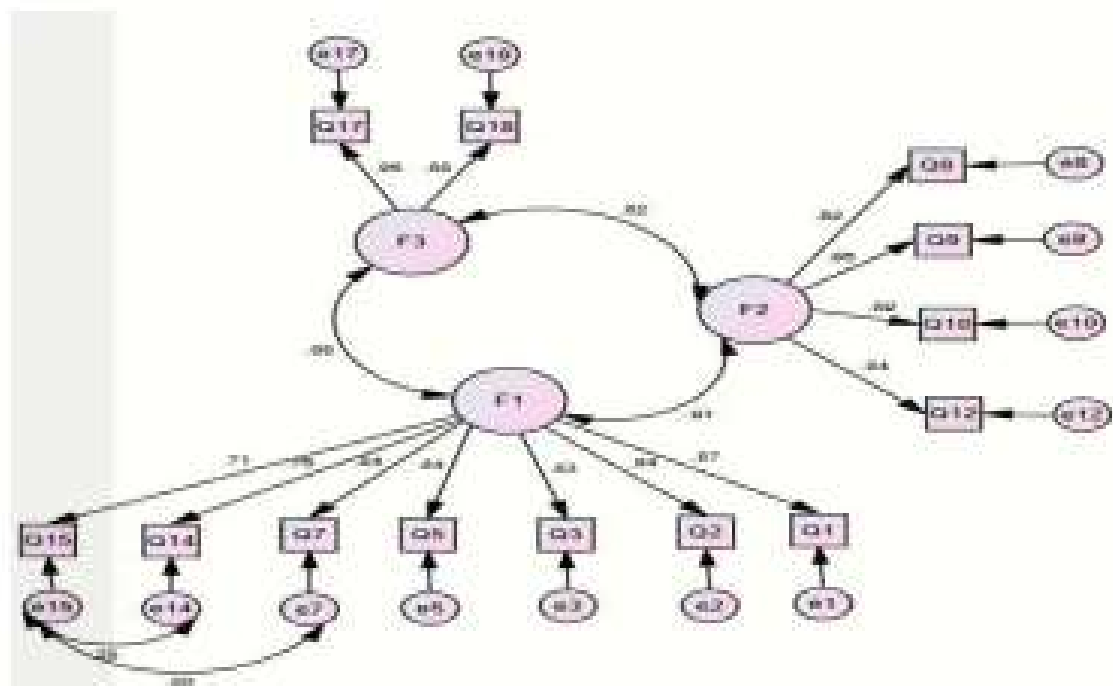


圖 3. F1 表「效能程度」7 題、F2 表「效能類化」4 題及 F3 表「效能強度」2 題

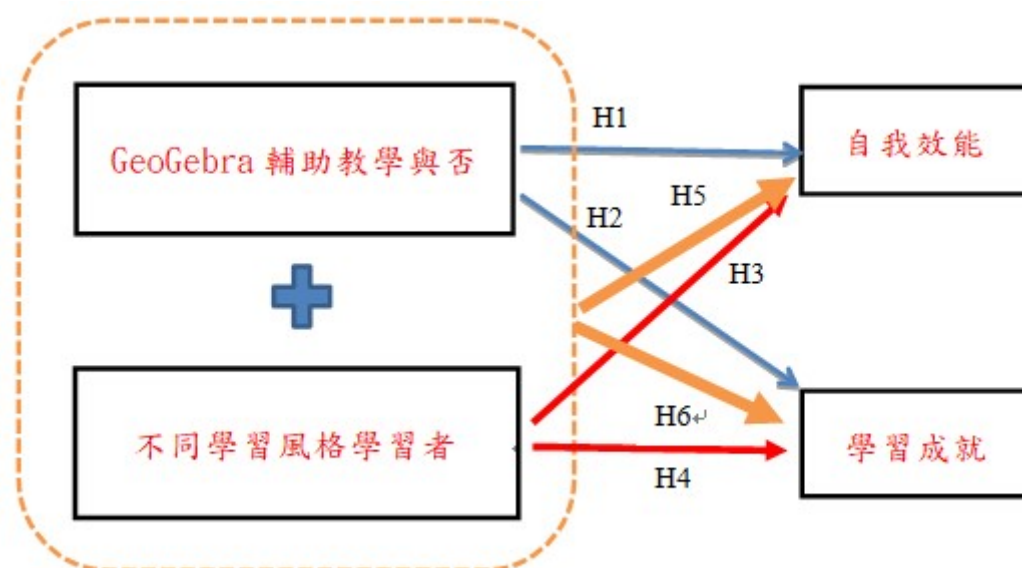


圖 4. 假設檢定架構

本實驗將有 4 個假設檢定，架構如圖 4。：

假設 H1：GeoGebra 輔助教學是否對學生的自我效能有顯著的影響。

假設 H2：GeoGebra 輔助教學是否對學生的學習成就有顯著的影響。

假設 H3：不同學習風格是否對學生的自我效能有顯著的影響。

假設 H4：不同學習風格是否對學生的學習成就有顯著的影響。

假設 H5：不同學習情境下，在不同學習風格者對自我效能是否有明顯差異。

假設 H6：不同學習情境下，在不同學習風格者對學習成就是否有明顯差異。

4、研究設計與方法(Research Methodology)

4.1 教學輔助 GeoGebra 動態幾何軟體

本研究共編寫 260 個 GeoGebra 教學教材，其中包含微積分、基礎數學(五專數學)。將用以下 5 例做說明：

例 1：介紹函數 $f(x) = A\sin(B(x - C)) + D$ ，其中振幅、週期、X 軸平移、Y 軸平移，可用滑桿做變化讓學生去感受之間的變化。如圖 5 是當振幅=2.2、週期= 2π 、X 軸平移:-0.4、Y 軸平移:0.5 時 $y = f(x)$ 的圖形。

例 2：如圖 6 說明歐拉數(Euler number)的定義，用 GeoGebra 軟體控制程式跑極限值的樣式，利用動態的描點讓學生更易理解定義及極限的含意。

例 3：切線斜率說明，探討導數的幾何意義，由圖 7 為割線 $\overline{PA}$ 的斜率，當 A 點慢慢逼近 P 點時，就發現割線斜率會慢慢逼近切線斜率。

例 4：介紹變數變換的積分值不變(圖 8)，以 $\int_0^1 \sqrt{7x+9} dx$ 做 $u = 7x + 9$ ， $v = \sqrt{7x+9}$ 二種變數變換，其中上限可改變，讓學生操作會發現對定積分的被積分式做變數變換時，上、下限要跟著改變，且積分不變。

例 5：利用 GeoGebra 介紹黎曼定積分的定義，製作可改變參數的執行檔，本例設函數為 $y = x^2$ ，學生可自己控制分割的等份數 n(看圖 9)，當滑動 n 滑杆愈來

愈大時，左邊圖形就會分割的愈細，計算出”上和”及”下和”，並可看出”上和”與”下和”幾乎接近曲線下的面積，學習者就會很直觀的接受分割數愈大時，上、下和就會愈接近曲線下面積。如此的視覺化學習模式不僅可讓學習者自己動手做來了解原理，更可加深印象，相信動態視覺的教學方式會是一種新的體驗，讓學生有實作的感覺。

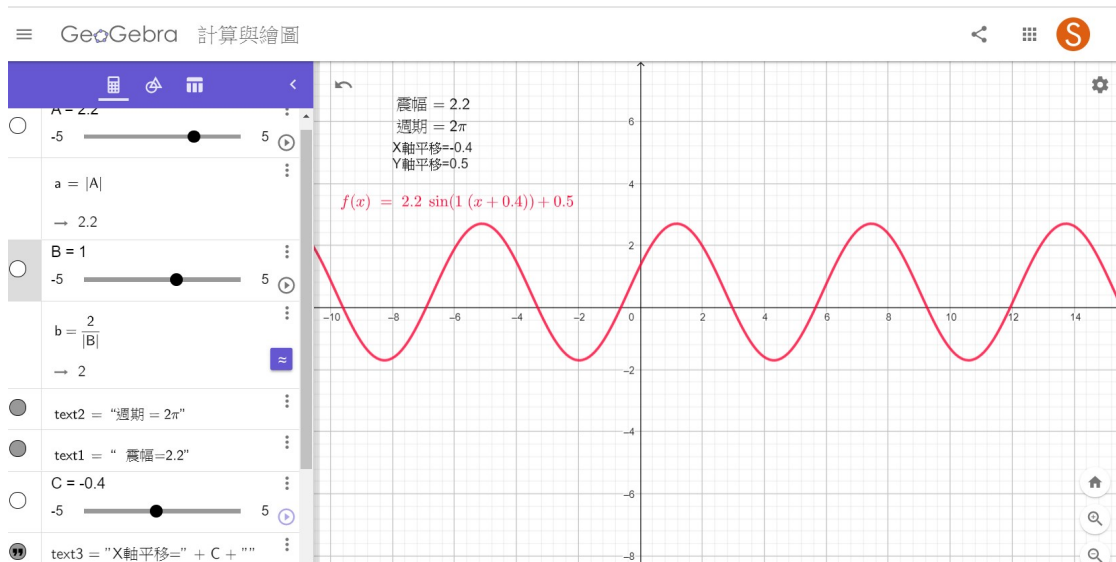


圖 5. 利用 GeoGebra 製作函數 $f(x) = 2.2\sin(x + 0.4) + 0.5$ 的圖形

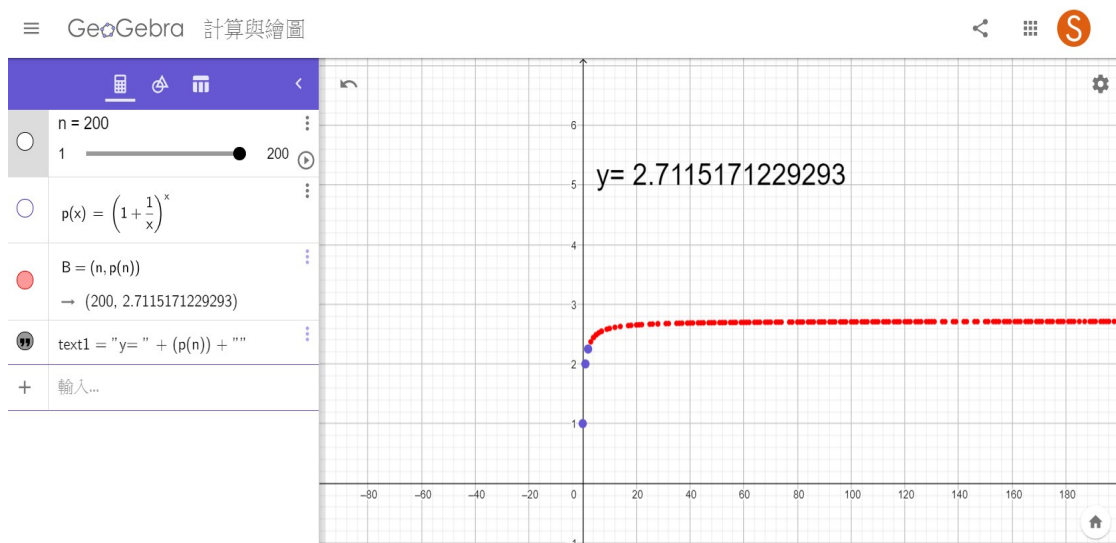


圖 6. 利用 GeoGebra 看當 n 夠大時 e 的極限值($n=200$)

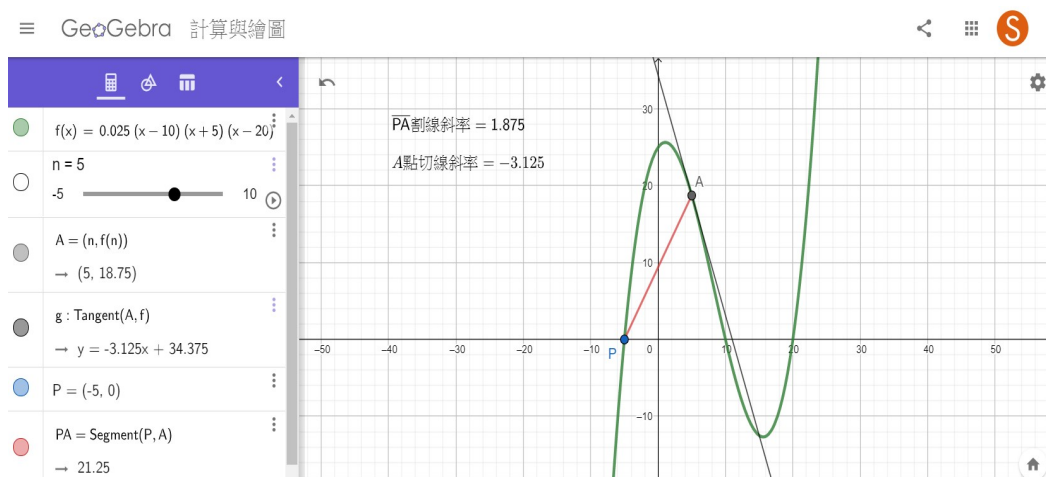


圖 7. 當 $A \rightarrow P$ 時 $\overline{PA}$ 的割線斜率 $\rightarrow$ 切線斜率

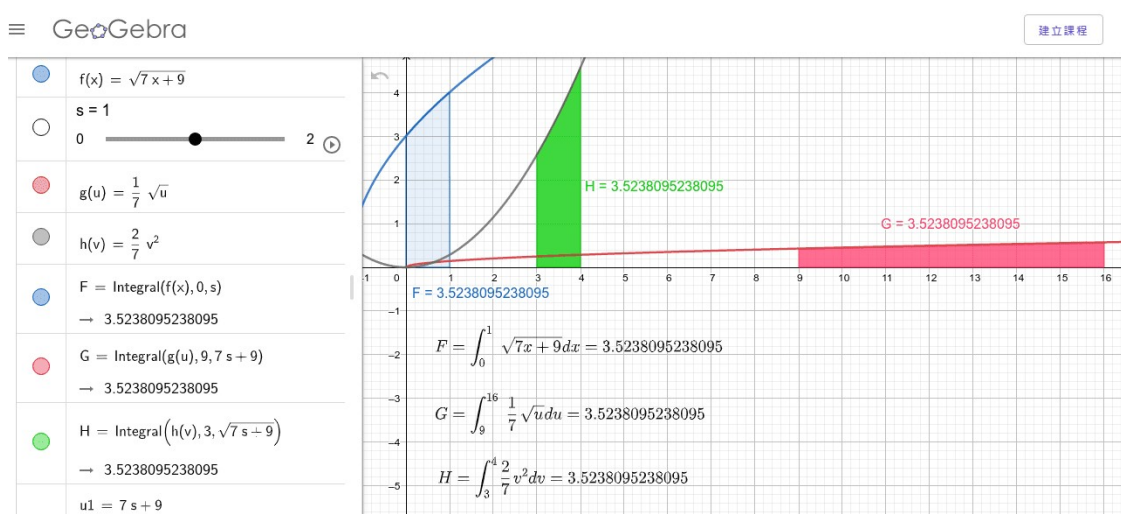


圖 8. 變數變換的積分值不變。

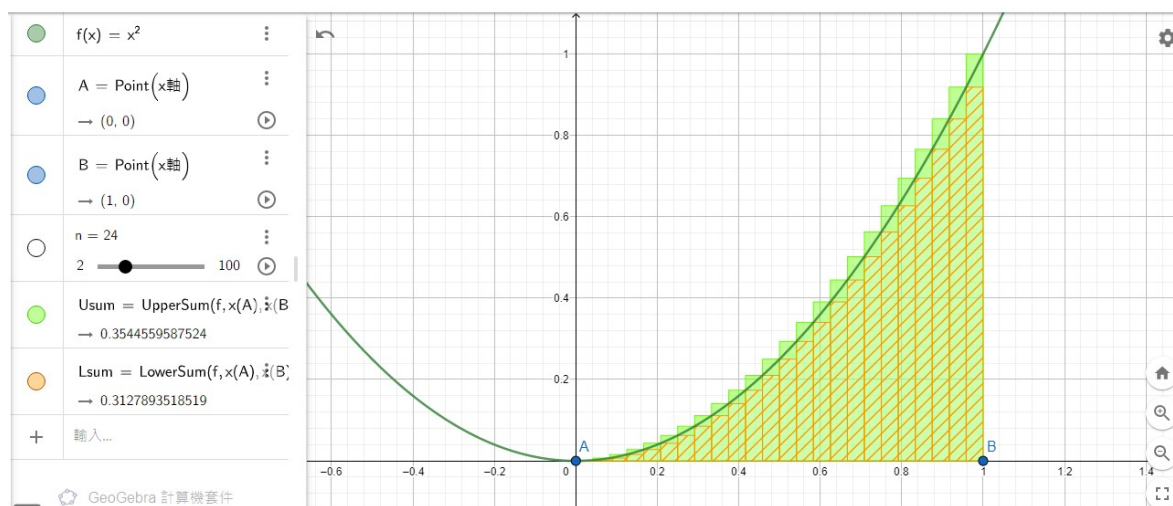


圖 9. 用分割曲線下的面積介紹定積分的定義。

4.2 學習單設計

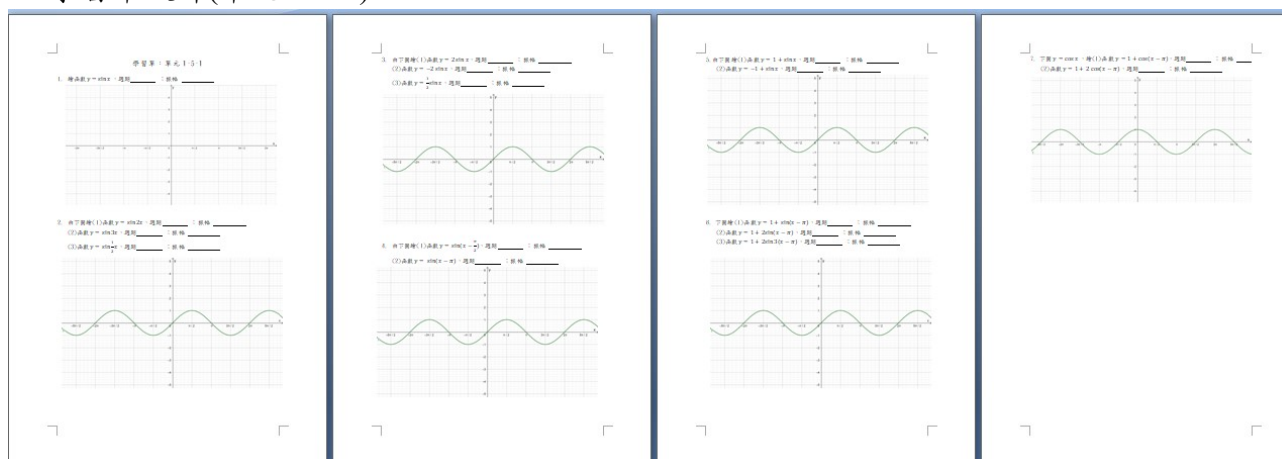
本研究的實驗組利用 GeoGebra 搭配學習單學習，學習單上學期以紙本為主，下學期後期由於受疫情影響，改用線上授課，所以改用學習平台 FlipClass 做測驗練習，

但作答時間拉長。呈上一份學習單做說明：

例 1：學習 $f(x) = A \sin(B(x - C)) + D$ 的做圖。

APOS 學習	操作	GeoGebra 說明
Action	繪 $f(x) = \sin x$ 說明振幅、週期	對應函數輸入 $f(x) = \sin x$
Process	$f(x) = \sin x$ 做(1)振幅變化(2)週期變化(3)X 軸平移(4)Y 軸平移	(1) A 滑桿變化 $f(x) = A \sin x$ (2) B 滑桿變化 $f(x) = \sin Bx$ (3) C 滑桿變化 $f(x) = \sin(x - C)$ (4) D 滑桿變化 $f(x) = D + \sin x$
Object	結合探討 $f(x) = A \sin(B(x - C)) + D$	觀察 $f(x) = 2 \sin(3(x - \pi)) + 1$
Schema	探討相關三角函數 $f(x) = A \cos(B(x - C)) + D$	

學習單設計(單元 1-5-1)



4.3 學習成就的研究設計

本實驗的學習成就實驗如表 1：

表 1. 學習成就實驗設計表

組別	前測	實驗處理	後測	實驗處理	延後測
實驗組	O1	X1	O3	X2	O5
控制組	O2		O4		O6

註：X1、X2 分別為實驗組接受期中考前、期中考後的 GeoGebra 動態幾何軟體來輔助教學實驗。

O1、O2 分別為實驗組、控制組的前測，將於上課第一週做高職的數學評量，內容涵蓋所有高職部定內容。

O3、O4 分別為實驗組、控制組的後測，將利用期中考的成就評量。

O5、O6 分別為實驗組、控制組的延後測，將利用期末考的成就評量。

4.4 自我效能的研究設計

自我效能的實驗設計如表 2：

表 2. 自我效能實驗設計表

組別	前測	實驗處理	後測
實驗組	O7	X	O9
控制組	O8		O10

註：X 為實驗組接受整學期的 GeoGebra 動態幾何軟體來輔助教學實驗。

O7、O8 分別為實驗組、控制組的前測，將於期中考前一週做自我效能量表。

O9、O10 分別為實驗組、控制組的後測，將利用期末考前一週做自我效能量表。

5、教學暨研究成果(Teaching and Research Outcomes)

5.1 教學過程與成果

假設 H1：GeoGebra 教學是否對學生的自我效能有顯著的影響。

經由獨立變數 t 檢定，取顯著水準 $\alpha = .05$ ，發現 $t = -1.493, p = .732 > \alpha$ ，沒達到顯著差異，表示在 GeoGebra 教學與一般教學對於學生學習微積分課程的自我效能差異不大。

假設 H2：GeoGebra 教學是否對學生的學習成效有顯著的影響。

表 3 學習成效分析

學習成效分析	人數	前測 M(SD)	期中 M(SD)	期末 M(SD)
實驗組	51	21.54(15.70)	33.78(14.27)	32.12(18.77)
對照組	60	32.88(15.05)	31.42(19.60)	33.12(19.54)
平均差		-11.34	2.36	-1.00
t(p 值)		-3.88(.000)	0.72(.126)	-0.29(.537)

由表 3 可看出實驗組(高中職為商管類)的前測比控制組(高中職為電子電機類)低很多達顯著差異($p = .000$)，而後測(期中)及延後測(期末)二組分數就差不多，沒有達顯著差異，且實驗組期中平均分數反而比控制組高，可見本實驗有效果。欲利用 ANCOVA 來排除前測的影響時發現二組的同質性假設不成立，因此無法進行 ANCOVA 分析，所以改用[後測-前測]及[延後測-前測]分析，看二組經前測增加(減少)的幅度來判定學習效果，表 4 顯示實驗組在後測及延後測都有比對照組顯著的進步，這說明本實驗 GeoGebra 教學在實驗組有顯著效果。

表 4 與前測差的學習成效分析

學習成效差值	人數	[後測-前測](SD)	[延後測-前測](SD)
--------	----	-------------	--------------

實驗組	51	12.24(18.11)	10.58(22.95)
對照組	60	-1.46(16.82)	0.31(16.49)
t		4.130	2.735
p 值		.000	0.007

假設 H3：不同學習風格是否對學生的自我效能有顯著的影響。

對整體樣本用單因子變異數分析得 $F = 1.716$ ， $p = .118 > \alpha$ ，發現四種學習風格對微積分自我效能無顯著差異。

假設 H4：不同學習風格是否對學生的學習成就有顯著的影響。

整體樣本分別對期中、期末用單因子變異數分析，得 $F = 0.273$ ， $p = .845$ 、 $F = 0.989$ ， $p = .401$ ，發現四種學習風格對學習成就無顯著差異。

假設 H5：不同學習情境下，在不同學習風格者對自我效能是否有明顯差異。

用單因子變異數分析得 $F = 2.680$ ， $p = .058 > \alpha$ ，發現四種學習風格在 GeoGebra 教學情境下對微積分自我效能無顯著差異。

假設 H6：不同學習情境下，在不同學習風格者對學習成就(期末)是否有明顯差異。

由表 5 發現在 GeoGebra 的教學下，不同學習風格者的學習成就有顯著差異， $F = 10.177$ ， $p = .000 < \alpha$ ，再根據組內差異性分析發現收斂型的學習風格的學習成效有比其他三組有顯著的好，可推出收斂型學習風格對 GeoGebra 的教學效果最好。另在一般教學下，不同學習風格者的學習成就無顯著差異， $F = 0.543$ ， $p = .655 > \alpha$ 。

表 5 在 GeoGebra 的教學下，在不同學習風格者的學習成就平均值

學習成效	個數	實驗組 Mean	F 值	p 值
發散型	24	29.21	10.177	.000
調適型	13	29.54		
收斂型	5	67.00		
同化型	9	24.22		

5.2 教師教學反思

(1) 因上學期的 GeoGebra 教學實驗對實驗組的學習成效有比控制組顯著進步，所以下學期就以開發教材為主，二班都以 GeoGebra 教材上課，發現原控制組期中、期末成績比原實驗組顯著的高。

(2) 整學年發現控制組的同學表現比實驗組好，也比較有互動，可能跟先備知識有關係。

(3) 本實驗是利用混搭式教學方式搭配 GeoGebra 教材上課，整體同學對老師教學意見的評價比去年高(109 學期平均 4.135，108 學期平均 3.871)。

5.3 學生學習回饋

根據學校系統的學生給課程老師回饋的資料如下，整體來講學生給本課程評價還不錯：

20. 這學期課程感想
微積分真的好難
鼓勵大家上台解題，幫助大家釐清了很多難題
這學期的商課方法蠻好的
恩 微積分
對微積分更加地認識
微積分好難
雖然老師的教學並沒有問題，但我還是不太懂
雖然後面因為疫情的關西沒有辦法在教室聽老師上課，但老師也在網課中積極的教學以及宣導防疫的重要性，而另外我覺得網克的優點是因為式螢幕投影所以大家都能看到，但如果是在交是上課有時候可能因為自大小或是白板筆沒水導致看步進教學內容是甚麼，另外也感謝老師這學期的教導，辛苦了。
老師教導的方式我很喜歡,利用討論功課的方式,來增進同學間的互動以及知識交流,有問題問老師時,老師都能詳細的說明!
微積分很難
很好

老師教得很好，讓我更了解微積分怎麼運用在工程裡。謝謝老師
有點難
老師很認真，可是我還是不太會
超級難
比上學期好理解老師在講什麼
老師上課不錯 分數也很好拿 認真上課的一位老師
太難了
數學雖然有點難，但老師教的不錯

6、建議與省思(Recommendations and Reflections)

本計畫 GeoGebra 教學實驗確實對教學有成效，值得繼續做教學使用。也發現學生在利用紙筆寫作學習單及測驗能力不足，無法將想法或做法用數學語言表現出來。另外，對團體分組合作的處理有待加強，組員間無法相互配合討論及分配，這些將是後續在教學上需再強化功能。

本計畫有發表一篇國際學術研討會論文並獲得最佳論文獎：

Yu-Wen Chang and Shing-Lin Chang (2021), Explore the Self-Efficacy Scale of University Calculus, 2021 International Conference on Science, Education, and Viable Engineering (2021 ICSEVEN), Kinmen, Taiwan. The Best Paper Award

參考文獻(References)

- 吳長憶(2008)，GeoGebra 電腦輔助教學於國三函數課程成效之研究，(未出版之碩士論文)，中華大學，新竹市。
- 黃昱霖(2012)，GeoGebra 電腦輔助教學對高雄地區國中生學習成效之研究—以二次函數圖形為例，(未出版之碩士論文)，國立高雄師範大學，高雄市。
- 陳以撒(2017)，以 GeoGebra 融入黎曼積分教學之實驗研究，(未出版之碩士論文)，國立台南大學，台南市。
- Baggett, P. (1984). Role of temporal overlap of visual and auditory material in forming dual media associations. *Journal of Educational Psychology*, 76(3), 408–417.
- Bandura, A.(1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change, *Psychological Review*, vol. 84, no. 2, pp. 191-215.
- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: W. H. Freeman.
- Mayer, R. E., & Anderson, R. B. (1992). The instructive animation: Helping students build connections between words and pictures in multimedia learning. *Journal of Educational Psychology*, 84(4), 444–452.
- Paivio, A. (1991). Dual Coding Theory: Retrospect and current status. *Journal of Psychology* , 45(3), pp. 255-287.